KANATLI YÜZEYLERDEN ISI TRANSFERİ
(İletim - Taşınım Sistemleri)

Bir sistemden transfer edilen ısı miktarını artırmak istediğimizde üç ayrı durumla karşı karşıya kalırız. Bunlar

$$Q = h A \Delta T$$

den çıkarılabileceği gibi

1) h'ı artırmak
2) Alanı artırmak
3) ΔT'yi artırmak.

Sıcaklık farkını değiştirmek genellikle bizim elimizde değildir ve sistem için belirlidir. Taşınımla ısı transferi katsayısı h'ı artırmak akışkan hızını artırmakla mümkündür. Bu ise hem ilave güç harcamayı gerektirir hem de h'daki artış sınırlıdır. Isı transferi alanını artırmak ise başlangıç (imalat) maliyetini artırmakla beraber sıkça kullanılan bir yöntemdir. Özellikle akışkan ortamın bir gaz olduğu sistemlerde ısı transferi yüzeyini artırma yönüne gidilir. Bunun için ısı transfer yüzeyleri kanatlı olarak imal edilirler.

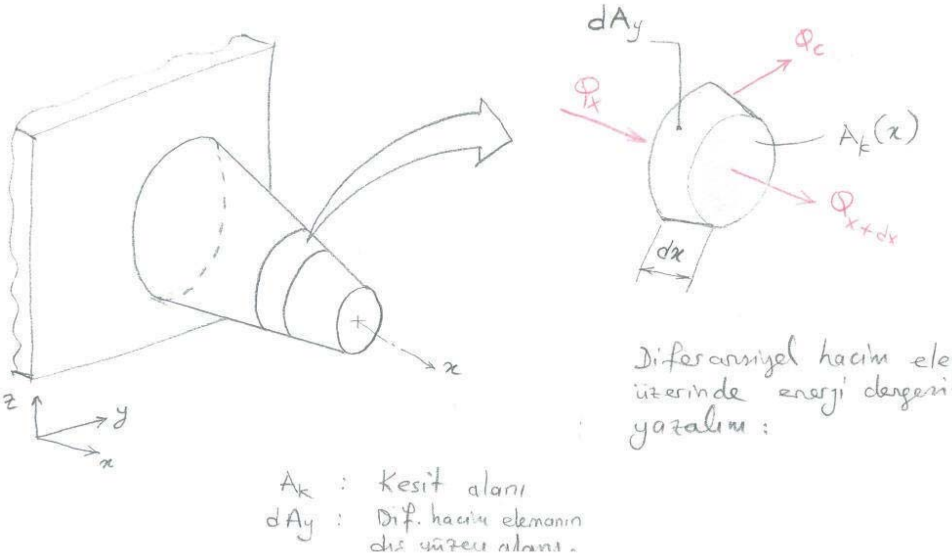
Kanatlı yüzeylerde ısı transferi hem iletim hem de taşınımla gerçekleştiğinden bu konunun ayrı olarak incelenmesi gerekmektedir.

Kanatçıklı yüzeylerden olan ısı transferini incelerken aşağıdaki kabullerin bir kısmı yada tamamı gerçekleşiyor varsayılır.

1) Sistemde zamana bağlı hiç bir değişim yoktur,
2) Kanat malzemesi aynı ve ısı iletim katsayısı her yönde aynı
3) Isı iletim katsayısı sabit.
4) Kanat yüzeyinin her noktasında taşınımla ısı transfer katsayısı aynı ve sabit,
5) Kanat taban sıcaklığı sabit ve üniform,
6) Çevre (ortam) sıcaklığı sabit ve üniform,
7) Kanat kalınlığı boyunca sıcaklık değişimi yok,
8) Kanat içinde ısı kaynağı yoktur,
9) Kanatla taban arasında temas ısıl direnci yoktur.

Bu kabullerin bazıları pratikte olanaksız olmakla beraber (kanat boyunca h'ın sabit olması gibi), ortalama değerler alınarak yapılan teorik çalışmalarla, deneysel çalışmaların sonuçları iyi bir uyum içindedirler.

Kanat için Enerji Denklemi



Diferansiyel hacim elemanı üzerinde enerji dengesini yazalım :

A_k : Kesit alanı
dA_y : Dif. hacim elemanın dış yüzey alanı.

Kontrol hacmine termodinamiğin birinci kanununu uygularsak,

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Kontrol hacmine}\\ \text{giren ısı}\end{array}\right\}_{\text{(iletimle)}} = \left\{\begin{array}{l}\text{Kontrol hacminden}\\ \text{çıkan ısı}\end{array}\right\}_{\text{(Taşınımla + İletimle)}}$$

$$Q_x = \underbrace{Q_{x+dx}} + Q_c$$

$$= Q_x + \frac{d}{dx}(Q_x)\,dx + Q_c$$

$$\frac{d}{dx}(Q_x)\,dx + Q_c = 0$$

$$\frac{d}{dx}\left(-k A_k \frac{dT}{dx}\right)dx + h\,dA_y (T - T_\infty) = 0$$

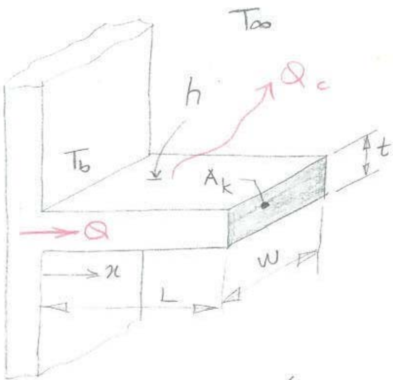
$$-k \frac{dA_k}{dx}\frac{dT}{dx} - k A_k \frac{d^2T}{dx^2} + h\,dA_y (T - T_\infty) = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_k}\frac{dA_k}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_k}\frac{h}{k}\frac{dA_y}{dx}\right)(T - T_\infty) = 0} \quad (1)$$

Bu ifade, değişken kesitli kanatlarda, tek boyutlu durumda enerji denkleminin genel halidir. Uygun sınır şartları ile bu denklemin çözümüyle sıcaklık dağılımı, ve sonra da $Q = -kA\frac{dT}{dx}$ ifadesiyle de herhangi bir x mesafesindeki iletimle olan ısı transferi miktarı bulunabilir. $x = 0$ için hesap yapılırsa kanattan transfer olan ısıların (iletim + taşınım) tamamı bulunmuş olur.

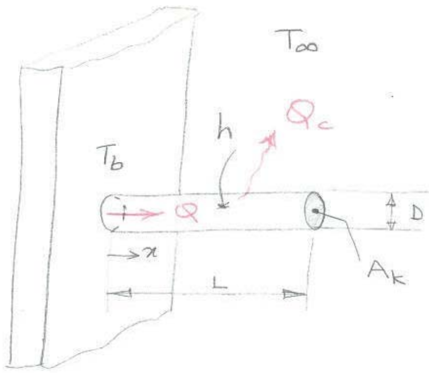
Sabit Kesitli Kanatlar

Kanatçık için çıkarmış olduğumuz denklemi çözebilmemiz için daha özel ve basit kanat geometrilerini ele alalım.



$P = 2w + 2t \quad (w \gg t \Rightarrow P \cong 2w)$

$A_k = w \cdot t$



$P = \pi D$

$A_k = \pi D^2/4$

Bunlar dikdörtgen kesitli ve dairesel kesitli düz kanatlar olsun. Tanımdan $A_k = sabit$ ve herhangi bir x mesafesi için $A_y = P \cdot x$ olur. Burada A_y, kanat tabanından x mesafesine kadar taşınımla ısı transferi alanı ve P de kanat kesit alanına ait çevre uzunluğunu göstermektedir.

$$\frac{dA_k}{dx} = 0 \quad ve \quad \frac{dA_y}{dx} = P \quad \text{olduğuna göre (1)}$$

ifadesi,

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_k}(T - T_\infty) = 0 \qquad \ldots\ldots (2)$$

Denklemi basitleştirmek için θ artık sıcaklık olmak üzere

$$\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty \quad \text{(3)}$$

dönüşümü yapılırsa $\frac{d\theta}{dx} = \frac{dT}{dx}$, $\frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{d^2T}{dx^2}$

olur (çünkü T_∞ sabittir).

$$m^2 = \frac{hP}{kA_k} \quad \text{tanımlanırsa,} \quad \text{(4)}$$

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0} \quad \text{(5)}$$

Bu denklem, homojen lineer, ikinci dereceden, sabit katsayılı diferansiyel denklemdir. Bunun genel çözümü de,

$$\boxed{\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}} \quad \text{(6)}$$

Bu genel çözümdeki C_1 ve C_2 sabitlerinin bulunabilmesi için uygun sınır koşullarına gereksinim vardır. Bunlardan biri kanatçık tabanındaki sıcaklık olarak tanımlanabilir

$$x = 0 \text{ 'da} \quad \theta(0) = T_b - T_\infty = \theta_b \quad \text{(7)}$$

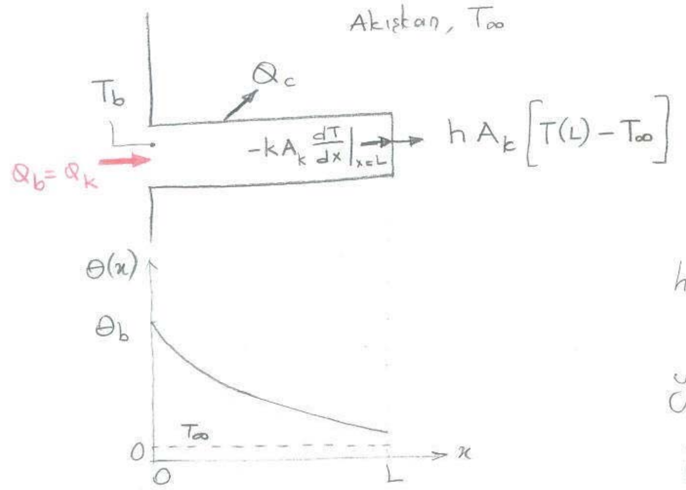
İkinci şart ise $x = L$'deki durum olabilir. Ancak burada dört farklı fiziksel durumla karşılaşılır.

1) Kısa kanat hali (uçta taşınımla ısı transferi olması hali)
2) Adyabatik uç (uçtaki ısı transferi ihmal edilebilir veya yalıtılmış uç)
3) Kanat ucundaki sıcaklığın bilinmesi hali
4) Çok uzun kanat hali (Uçtaki sıcaklık ortam sıcaklığına eşit)

Şimdi bunları tek tek inceleyelim.

60

1) Kısa kanat hali : $\boxed{\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}}$



Sınır koşulları :

1) $x = 0$ 'da $\theta(x) = \theta_b$

2) $x = L$ 'de

$$Q_{iletim} = Q_{taşınım}$$

$$hA_k\left[T(L) - T_\infty\right] = -kA_k \frac{dT}{dx}\bigg|_{x=L}$$

yada

$$h \cdot \theta(L) = -k \cdot \frac{d\theta}{dx}\bigg|_{x=L} \quad \ldots (8)$$

1. sınır şartından, $\theta_b = C_1 e^{m \cdot 0} + C_2 e^{-m \cdot 0}$ $\quad \boxed{\theta_b = C_1 + C_2} \ldots (9)$

2. sınır şartından, önce $\theta(L)$ ve $\frac{d\theta}{dx}\Big|_{x=L}$ ifadelerini bulalım.

$$\theta(L) = C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}$$

$$\frac{d\theta}{dx} = mC_1 e^{mx} - mC_2 e^{-mx} \qquad \frac{d\theta}{dx}\bigg|_{x=L} = m\left(C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL}\right)$$

şimdi bunları (8)'de yerlerine koyalım,

$$h\left(C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}\right) = km\left(C_2 e^{-mL} - C_1 e^{mL}\right)$$

$$C_1 h e^{mL} + C_1 mk e^{mL} + C_2 h e^{-mL} - C_2 mk e^{-mL} = 0$$

$$m \cdot k \cdot C_1 \left(\frac{h}{mk} + 1\right) e^{mL} + m \cdot k \cdot C_2 \left(\frac{h}{mk} - 1\right) e^{-mL} = 0$$

$$C_1 \left(\underbrace{\frac{h}{mk}}_{N} + 1\right) e^{mL} + C_2 \left(\underbrace{\frac{h}{mk}}_{N} - 1\right) e^{-mL} = 0$$

$$C_1 (N+1) e^{mL} + C_2 (N-1) e^{-mL} = 0$$

(9) eşitliğinden $c_2 = \theta_b - c_1$ olduğuna göre

$$c_1(N+1)e^{mL} + (\theta_b - c_1)(N-1)e^{-mL} = 0$$

$$c_1(N+1)e^{mL} + \theta_b(N-1)e^{-mL} - c_1(N-1)e^{-mL} = 0$$

$$c_1\left[(N+1)e^{mL} - (N-1)e^{-mL}\right] = \theta_b(1-N)e^{-mL}$$

$$\boxed{c_1 = \frac{\theta_b(1-N)e^{-mL}}{(N+1)e^{mL} - (N-1)e^{-mL}} = \frac{\theta_b(1-N)e^{-mL}}{(e^{mL}+e^{-mL}) + N(e^{mL}-e^{-mL})}}$$

$$c_2 = \theta_b - c_1$$

$$c_2 = \theta_b - \frac{\theta_b(1-N)e^{-mL}}{(e^{mL}+e^{-mL}) + N(e^{mL}-e^{-mL})}$$

$$\boxed{c_2 = \theta_b\left[1 - \frac{(1-N)e^{-mL}}{(e^{mL}+e^{-mL}) + N(e^{mL}-e^{-mL})}\right]}$$

c_1 ve c_2 değerleri genel çözümde (Denk.-6) yerlerine konulursa,

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \left[\frac{(1-N)e^{-mL}}{(e^{mL}+e^{-mL}) + N(e^{mL}-e^{-mL})}\right]e^{mx} + \left[1 - \frac{(1-N)e^{-mL}}{(e^{mL}+e^{-mL}) + N(e^{mL}-e^{-mL})}\right]e^{-mx}$$

$$= \frac{e^{-mL}e^{mx} - Ne^{-mL}\cdot e^{mx} + e^{mL}\cdot e^{-mx} + \cancel{e^{-mL}\cdot e^{-mx}} + Ne^{mL}\cdot e^{-mx} - \cancel{Ne^{-mL}\cdot e^{-mx}} - \cancel{e^{-mL}\cdot e^{-mx}} + \cancel{Ne^{-mL}\cdot e^{-mx}}}{(e^{mL}+e^{-mL}) + N(e^{mL}-e^{-mL})}$$

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b}=\frac{e^{-m(L-x)}+e^{m(L-x)}+Ne^{m(L-x)}-Ne^{-m(L-x)}}{e^{mL}+e^{-mL}+N\left(e^{mL}-e^{-mL}\right)}$$

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b}=\frac{\left(e^{m(L-x)}+e^{-m(L-x)}\right)+N\left[e^{m(L-x)}-e^{-m(L-x)}\right]}{\left(e^{mL}+e^{-mL}\right)+N\left(e^{mL}-e^{-mL}\right)}$$

HATIRLATMA

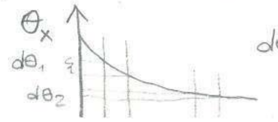
$$\sinh u=\frac{e^{u}-e^{-u}}{2}\quad,\qquad \cosh u=\frac{e^{u}+e^{-u}}{2}$$

olduğu dikkate alınırsa,

$$\boxed{\frac{\theta(x)}{\theta_b}=\frac{\cosh[m(L-x)]+\frac{h}{m\cdot k}\sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL)+\frac{h}{m\cdot k}\sinh(mL)}}\quad\ldots(10)$$

Bu sıcaklık dağılımının formu / aşağıda şematik olarak gösterilmiştir. Buradan görülebileceği gibi sıcaklık gradyeni büyüklüğü, artan x ile düşmektedir. Bu da x'in artmasıyla $Q(x)$'in azalması demektir ki bu da doğrudur. Çünkü x arttıkça kanat yüzeyinden taşınımla olan ısı transferi de artmış olduğundan $Q(x)$ azalacaktır.

Biz aynı zamanda kanattan transfer olan toplam ısı ile ilgileniriz. Bu iki şekilde bulunabilir ve her iki yol da sıcaklık dağılımının bilinmesini gerektirir. Bunlardan kolay olanını kullanacağız.



$d\theta_1 > d\theta_2$

Bu prosedür, Fourier yasasının kanat tabanında uygulanmasından ibarettir.

$$Q_b = -kA_k \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = -k\,A_k \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0} \qquad \ldots\ldots (11)$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}(\sinh u) = (\cosh u)\frac{du}{dx}}$$

MATEMATİK HATIRLATMA

$$\boxed{\frac{d}{dx}(\cosh u) = (\sinh u)\frac{du}{dx}}$$

$$\theta(x) = \underbrace{\left(\frac{\theta_b}{PAYDA}\right)}_{SABİT}\left\{\cosh\underbrace{[m(L-x)]}_{u} + N\sinh\underbrace{[m(L-x)]}_{u}\right\}$$

$$\frac{du}{dx} = -m$$

$$\frac{d\theta(x)}{dx} = \frac{\theta_b}{\cosh(mL)+N\sinh(mL)}\left\{\sinh[m(L-x)]\cdot(-m) - mN\cosh[m(L-x)]\right\}$$

$$= -\frac{m\cdot\theta_b\left\{\sinh[m(L-x)] + \frac{h}{mk}\cosh[m(L-x)]\right\}}{\cosh(mL)+\frac{h}{mL}\sinh(mL)}$$

$x = 0$ için

$$\left.\frac{d\theta(x)}{dx}\right|_{x=0} = -\frac{m\cdot\theta_b\left(\sinh(mL)+\frac{h}{mk}\cosh(mL)\right)}{\cosh(mL)+\frac{h}{mk}\sinh(mL)}$$

$$Q_b = m\cdot kA_k\cdot\theta_b\,\frac{\sinh(mL)+\frac{h}{mk}\cosh(mL)}{\cosh(mL)+\frac{h}{mk}\sinh(mL)}$$

$m=\sqrt{\frac{hP}{kA_k}}$ olduğu dikkate alınırsa,

$$\boxed{Q_b = Q_{kanat} = \sqrt{hPkA_k}\;\theta_b\,\frac{\sinh(mL)+\frac{h}{mk}\cosh(mL)}{\cosh(mL)+\frac{h}{mk}\sinh(mL)}} \qquad \ldots (12)$$

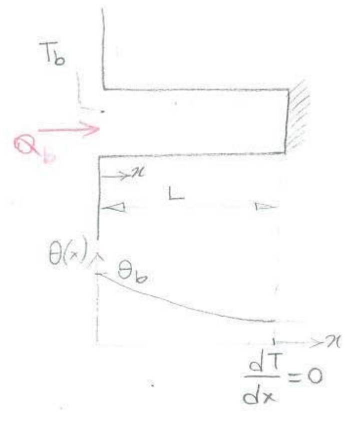
Fourier yasasının kanat tabanına uygulanmasının sonucu olarak denilebilir ki, kanat yüzeyinden taşınımla transfer edilen ısı miktarı, tabandan kanata iletimle gelen ısı miktarına eşittir. Bundan dolayı Q_k için alternatif bir yol olarak,

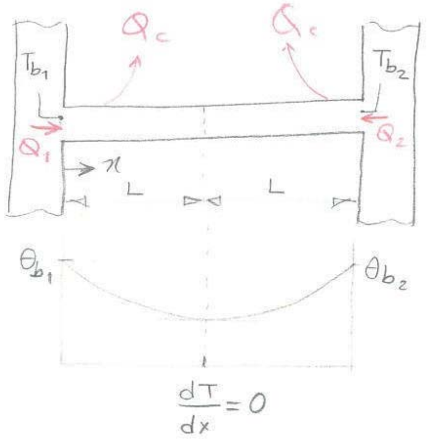
$$Q_k = \int_{A_y} h\left[T(x) - T_\infty\right] dA_y$$

$$Q_y = \int_{A_y} h \, \theta(x) \, dA_y \qquad \text{.........} \quad (13)$$

Burada A_y : Kanatın, ucu dahil, toplam yüzey alanıdır.

2) Ucu Yalıtılmış Kanat (Adyabatik uç)





$T_{b_1} = T_{b_2}$ ise simetri var.

Sınır koşulları :

1) Uzun kanat ile aynı $x = 0$'da $T = T_b$ $\quad \theta(x) = \theta_b = T_b - T_\infty$

2) $x = L$'de $\dfrac{dT}{dx} = 0$, $\dfrac{d\theta(x)}{dx} = 0$ $\qquad \text{.........} \quad (14)$

Genel çözüm aynı $\boxed{\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}}$

1. sınır şartından, $\theta_b = C_1 + C_2$

2. sınır şartından, $\dfrac{d\theta(x)}{dx} = m\left(C_1 e^{mx} - C_2 e^{-mx}\right)$

$$0 = C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL}$$

$$C_1 e^{mL} - (\theta_b - C_1) e^{-mL} = 0$$

$$C_1 e^{mL} - \theta_b e^{-mL} + C_1 e^{-mL} = 0 \Rightarrow C_1\left(e^{mL} + e^{-mL}\right) = \theta_b e^{-mL}$$

$$\boxed{C_1 = \frac{\theta_b e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}} \qquad \boxed{C_2 = \theta_b \left(1 - \frac{e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}\right)}$$

$$\theta(x) = \frac{\theta_b e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}} e^{mx} + \theta_b \left(1 - \frac{e^{-mL}}{e^{mL} + e^{-mL}}\right) e^{-mx}$$

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} + \left(\frac{e^{mL} + \cancel{e^{-mL}} - \cancel{e^{-mL}}}{e^{mL} + e^{-mL}}\right) e^{-mx}$$

$$= \frac{e^{-m(L-x)} + e^{m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}} = \frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}}$$

$$\boxed{\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{e^{m(L-x)} + e^{-m(L-x)}}{e^{mL} + e^{-mL}}} \quad (15)$$

veya

$$\boxed{\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}}$$

sıcaklık dağılımı

Transfer olan ısı miktarı $\boxed{Q_k = \sqrt{hPkA_k}\,\theta_b \tanh(mL)}$ ... (16)

3) Çok uzun kanat hali

Eğer kanat yeterince uzun alınırsa, ucundaki sıcaklık ortam sıcaklığına eşit alınabilir. Bu durumda sınır koşulları,

1) $x=0$ 'da $\theta(x)=\theta_b$

2) $x=\infty \rightarrow \theta(x)=\theta(L)=0$

1. sınır şartından $\theta_b = C_1 + C_2$

2. sınır şartından $0 = C_1 e^{\infty} + C_2 e^{-\infty}$

$$= C_1 e^{\infty} + \underbrace{\frac{C_2}{e^{\infty}}}_{0} \Rightarrow \boxed{C_1 = 0}$$

$$\boxed{C_2 = \theta_b}$$

$$\theta(x) = \theta_b e^{-mx} \quad \text{yada} \quad \boxed{\frac{\theta(x)}{\theta_b} = e^{-mx}} \quad \ldots\ldots (17)$$

$$\boxed{Q_k = \sqrt{hPkA_k}\ \theta_b}$$

4) Ucundaki sıcaklığı bilinen kanat

Sınır koşulları 1) $x=0$' da $\theta(x)=\theta_b$

2) $x=L$ 'de $\theta(L)=\theta_L$

$$\boxed{\frac{\theta(x)}{\theta_L} = \frac{(\theta_L/\theta_b)\sinh(mx) + \sinh[m(L-x)]}{\sinh(mL)}} \quad \ldots\ldots (18)$$

$$\boxed{Q_k = \sqrt{hPkA_k}\ \theta_b \frac{\cosh(mL) - \frac{\theta_L}{\theta_b}}{\sinh(mL)}} \quad (19)$$

Kanat Performans Katsayıları

Kanatlı yüzeyleri karşılaştırmak ve performanslarını değerlendirmek için iki faktör tarif edilir:

a) Etkinlik

$$\varepsilon\ \Phi = \frac{\{\text{Kanat yüzeyinden taşınımla aktarılan ısı miktarı}\}}{\{\text{Kanat bulunmadığı hal için kanat taban alanından aktarılan ısı miktarı}\}}$$

$$\varepsilon\ \Phi = \frac{Q_k}{Q_b} = \frac{\int_0^L h\,\theta(x)\,P\cdot dx}{h\,A_b\cdot\theta_b} = \frac{\int_0^L \theta(x)\,P\,dx}{A_b\cdot\theta_b} \quad \ldots (20)$$

Burada k indisi kanatı, b indisi tabanı ifade etmektedir. Kanatlı ve kanatsız hal için h'lar aynı alınmaktadır. Bu kabul ile yapılan hata kabul edilebilir sınırlar içindedir.

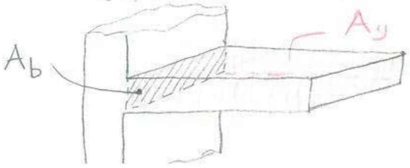
b) Verim

$$\eta_f = \frac{\{\text{Kanat yüzeyinden transfer edilen ısı miktarı}\}}{\{\text{Kanatın her noktası, taban sıcaklığına eşitmiş gibi alındığında transfer edilecek ısı miktarı}\}}$$

$$\eta_f = \frac{Q_k}{\underbrace{h\,A_y\,\theta_b}_{Q_{max}}} = \frac{\int_0^L h\,\theta(x)\,P\,dx}{h\,A_y\,\theta_b} = \frac{\int_0^L \theta(x)\,P\cdot dx}{A_y\cdot\theta_b} \quad \ldots (21)$$

Etkinlik ile verim arasında ilişkisi vardır.

$$\frac{\Phi}{\eta} = \frac{A_y}{A_t} \quad \ldots (22)$$



Verimi bilinen kanattan ısı transferi $\boxed{Q_k = \eta\,h\,A_y\,\theta_b}$ olur.

Kanatlarda verim ifadesi, kanatların birbiriyle karşılaştırılması amacıyla kullanılır. Kanat boyunca sıcaklık değişimi gözardı edilebilecek kadar küçükse, kanat verimi $\eta = 1$ olur.

Değişik tipteki kanatlar için verim ifadeleri:

1) Çok uzun kanat için verim:

$$\eta = \frac{Q_k}{Q_{max}} = \frac{\sqrt{hPkA_k}\,\theta_b}{\underbrace{h(P\cdot L)}_{A_y}\cdot\theta_{max}} = \frac{\sqrt{hPkA_k}\,\cancel{(T_b - T_\infty)}}{hPL\,\cancel{(T_b - T_\infty)}}$$

$$\eta = \frac{\sqrt{hPkA_k}}{hPL} = \frac{\sqrt{kA_k}\sqrt{hP}}{L\sqrt{hP}\sqrt{hP}} = \frac{1}{L}\underbrace{\sqrt{\frac{kA_k}{hP}}}_{\frac{1}{m}}$$

$$\boxed{\eta = \frac{1}{mL}} \qquad (23)$$

$$L \rightarrow \infty \quad \Rightarrow \quad \eta \rightarrow 0$$

2) Ucu yalıtılmış kanat için verim:

$$\eta = \frac{Q_k}{Q_{max}} = \frac{\sqrt{hPkA_k}\,\theta_b \tanh(mL)}{h(PL)\,\theta_b} = \frac{1}{mL}\tanh(mL)$$

$$\boxed{\eta = \frac{\tanh(mL)}{mL}} \qquad (24)$$

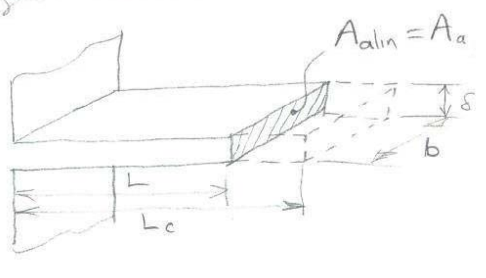
3) Ucundan taşınımla ısı transferi olan kanat:

$$\eta = \frac{Q_k}{Q_{max}} = \frac{\sqrt{hPkA_k}\,\theta_b\,\dfrac{\sinh(mL) + \frac{h}{mk}\cosh(mL)}{\cosh(mL) + \frac{h}{mk}\sinh(mL)}}{(h\cdot PL + hA_k)\,\theta_b}$$

$$\boxed{\eta = \frac{\sqrt{hPkA_k}}{hPL + hA_k} \; \frac{\sinh(mL) + \frac{h}{mL}\cosh(mL)}{\cosh(mL) + \frac{h}{mL}\sinh(mL)}} \quad \ldots \ldots (26)$$

Harper - Brown Yaklaşımı

Uygulama alanında kanat uç yüzeylerinden genellikle ısı transferi mevcuttur. Daha önce çıkarılmış olan formüllerden görülebileceği gibi bu tür kanatlardan transfer olan ısıyı hesaplamak, ucu yalıtılmış kanatlara göre daha zordur. Bu zorluğu ortadan kaldırmak için Harper ve Brown bir yöntem önermişlerdir. Buna göre kanat boyu öyle uzatılır ki, ilave kanat çevre yüzeyinden transfer olan ısı, kanat alın yüzeyinden transfer olan ısıya eşit olsun. Bu durumda L boyunda, ucundaki ısı transferi olan kanat L_d boyunda ucu yalıtılmış kanata eşdeğer olur. L_d düzeltilmiş boy olup dikdörtgen kesitli kanat için



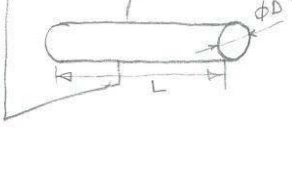
$$\theta_a = T_a - T_\infty \quad , \quad \Delta L = L_d - L$$

$$hA_a\theta_a = h\left(2(b+\delta)\cdot\Delta L\right)\cdot\theta_a$$

$$b\cdot\delta = 2(b+\delta)(L_d - L)$$

$b >> \delta$ kabul edilip $b+\delta \cong b$ alınırsa

$$b\cdot\delta = 2b(L_c - L) \Rightarrow \boxed{L_c = L + \frac{\delta}{2}}$$ olur.



$L_c = ?$ (sınıfta tartışılacak)

Bir kanatçığın faydalı olma sınırı

(ATLA)

Bir dizayn yapılmadan önce, konacak kanatçığın ısı transferini artırıp artırmayacağının tesbiti gereklidir. Bir kanatçık boyunun artırılması veya azaltılması, ısı transferini artırabilir. Yani limit şartı $\frac{dQ}{dL} = 0$ olur. Örneğin ucundan ısı transferi olan düz kısa kanatçık incelenirse

$$\frac{d}{dL}\left(\frac{\tanh(mL) + \frac{h}{mk}}{1 + \frac{h}{mk}\tanh(mL)}\right) = 0$$

Buradan

$$m\left[1 + \left(\frac{h}{mk}\right)\tanh(mL)\right] - \left(\tanh(mL) + \frac{h}{mk}\right)\frac{h}{k} = 0$$

ve $mk = h$

63

bu da aynı kanattan ısı transferini veren ifadede yerine konursa,

$$Q = hA\theta_b$$

elde edilir ki, kanatçık tabanından transfer edilen ısı miktarıdır. Bu ise kanatçık olmadığı zaman transfer edilen miktardır. Eğer $mk > h$ ise Q artar ve bu halde kanatçık konmasının bir anlamı olur. O halde düz bir kanatçık için faydalı olma şartı

$$\frac{mk}{h} > 1$$

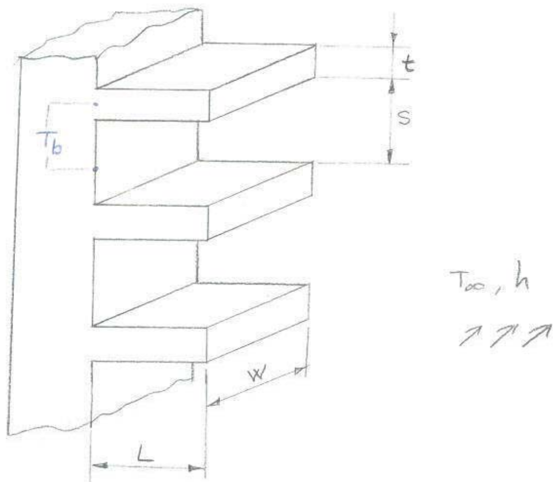
olur. Bu, dikdörtgen kesitli kanatçık için $m = \sqrt{2h/k \cdot t}$ ve

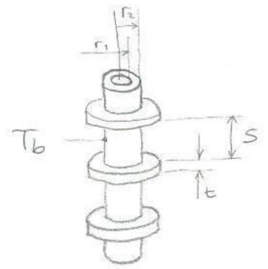
$$\frac{2k}{ht} > 1$$ olarak elde edilir.

Daha güvenilir bir değer olarak,

$$\frac{2k}{ht} > 5$$ ise kanatçıklı yüzey kullanmak avantaj sağlar.

Kanatlı Yüzeylerin Toplam Verimi





s : kanat hatveni
A_t : Toplam yüzey
$\theta_b = T_b - T_\infty$

Daha önce çıkarılan verim ifadesi tek bir kanat içindi.
64 Kanat dizisi için de ayrı tanım yapılabilir.

$$\eta_o = \frac{Q_{top}}{Q_{max}} = \frac{Q_t}{h A_t \theta_b} \quad \Rightarrow \quad Q_t = \eta_o \cdot h A_t \cdot \theta_b$$

$$A_t = A_k + A_b$$

$$Q_t = h A_b \theta_b + \eta_k h A_k \theta_b$$

$$Q_t = h\left[A_b + \eta_k A_k\right]\theta_b = h\left[(A_t - A_k) + \eta_k A_k\right]\theta_b$$

$$Q_t = \underbrace{h A_t \underbrace{\left[1 - \frac{A_k}{A_t}(1-\eta_k)\right]}_{\eta_o} \theta_b}_{Q_{max}}$$

$$\boxed{Q_t = \eta_o h A_t \theta_b}$$