

1) Bir buhar kazanının ısıtma yüzeyini oluşturan 8 mm kalınlığındaki düzlem duvar şeklindeki çelik levhanın bir yüzünü (duman tarafı) 1 mm kalınlığında is (kurum), diğer tarafını (su tarafı) ise 3 mm kalınlığında kazan taşı kaplamıştır. Kurum birikimi olan taraftaki gazların sıcaklığı 900 °C, diğer taraftaki suyun sıcaklığı ise 120 °C olduğuna göre, aşağıdaki verileri kullanarak,

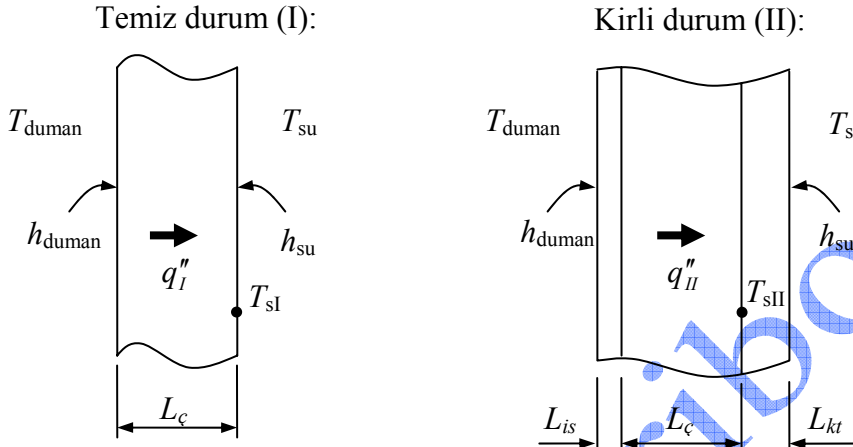
a) Isı ve kazan taşı oluşmadan önce birim alandan geçen ısı miktarını hesaplayınız. (10 puan)

b) Birikintiler oluştuğundan sonraki birim alandan geçen ısı miktarını hesaplayınız. (10 puan)

c) Levhanın kazan taşı tarafındaki yüzey sıcaklığını her iki durum için hesaplayınız. (5 puan)

$$k_{\text{çelik}} = 50 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}, k_{\text{is}} = 0.08 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}, k_{\text{kazan taşı}} = 0.8 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}, h_{\text{duman}} = 100 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}, h_{\text{su}} = 3000 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$$

ÇÖZÜM:



a)

$$q''_I = \frac{T_{\text{duman}} - T_{\text{su}}}{\frac{1}{h_{\text{duman}}} + \frac{L_{\text{ç}}}{k_{\text{çelik}}} + \frac{1}{h_{\text{su}}}} = \frac{900 - 120}{\frac{1}{100} + \frac{0.008}{50} + \frac{1}{3000}}$$

$$q''_I = \frac{780}{0.01 + 1.6 \times 10^{-4} + 3.3333 \times 10^{-4}} = \frac{780}{0.010493} = 74335.27 \text{ W/m}^2$$

b) ($k_{\text{kazan taşı}} \equiv k_{\text{kt}}$)

$$q''_{II} = \frac{T_{\text{duman}} - T_{\text{su}}}{\frac{1}{h_{\text{duman}}} + \frac{L_{\text{is}}}{k_{\text{is}}} + \frac{L_{\text{ç}}}{k_{\text{çelik}}} + \frac{L_{\text{kt}}}{k_{\text{kt}}} + \frac{1}{h_{\text{su}}}} = \frac{900 - 120}{\frac{1}{100} + \frac{0.001}{0.08} + \frac{0.008}{50} + \frac{0.003}{0.8} + \frac{1}{3000}}$$

$$q''_{II} = \frac{900 - 120}{\frac{1}{100} + \frac{0.001}{0.08} + \frac{0.008}{50} + \frac{0.003}{0.8} + \frac{1}{3000}} = \frac{900 - 120}{0.01 + 0.0125 + 1.6 \times 10^{-4} + 3.75 \times 10^{-3} + 3.3333 \times 10^{-4}}$$

$$q''_{II} = \frac{780}{0.026743} = 29166.51 \text{ W/m}^2$$

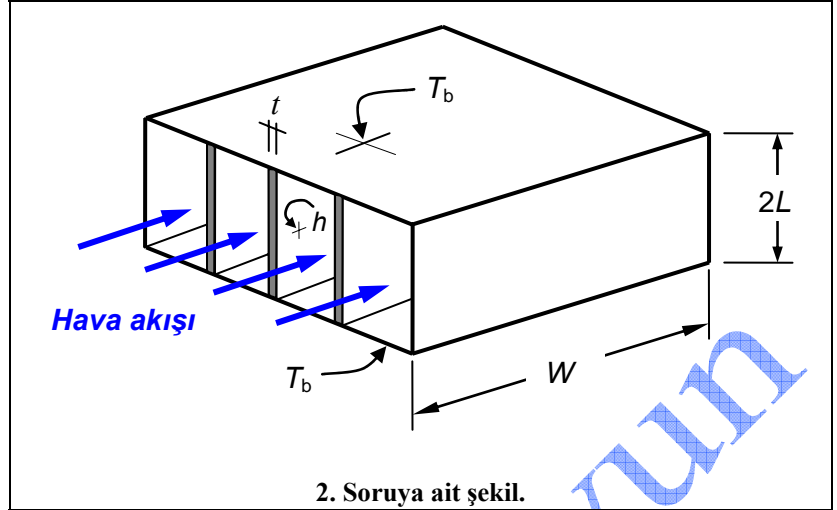
c) Temiz durum: $q''_I = h_{\text{su}}(T_{\text{sl}} - T_{\text{su}})$, $T_{\text{sl}} = \frac{q''_I}{h_{\text{su}}} + T_{\text{su}}$, $T_{\text{sl}} = \frac{74335.27}{3000} + 120 = 144.778 \text{ °C}$ $T_{\text{sl}} \approx 145 \text{ °C}$

$$\text{Kirli durum: } q''_{II} = \frac{T_{\text{slII}} - T_{\text{su}}}{\frac{L_{\text{kt}}}{k_{\text{kt}}} + \frac{1}{h_{\text{su}}}} = \frac{T_{\text{slII}} - 120}{\frac{0.003}{0.8} + \frac{1}{3000}} = \frac{T_{\text{slII}} - 120}{3.75 \times 10^{-3} + 3.3333 \times 10^{-4}} = \frac{T_{\text{slII}} - 120}{4.0833 \times 10^{-3}}$$

$$T_{\text{slII}} = q''_{II} \times 4.0833 \times 10^{-3} + 120 = 29166.51 \times 4.0833 \times 10^{-3} + 120 = 239.096 \text{ °C}$$
 $T_{\text{slII}} \approx 240 \text{ °C}$

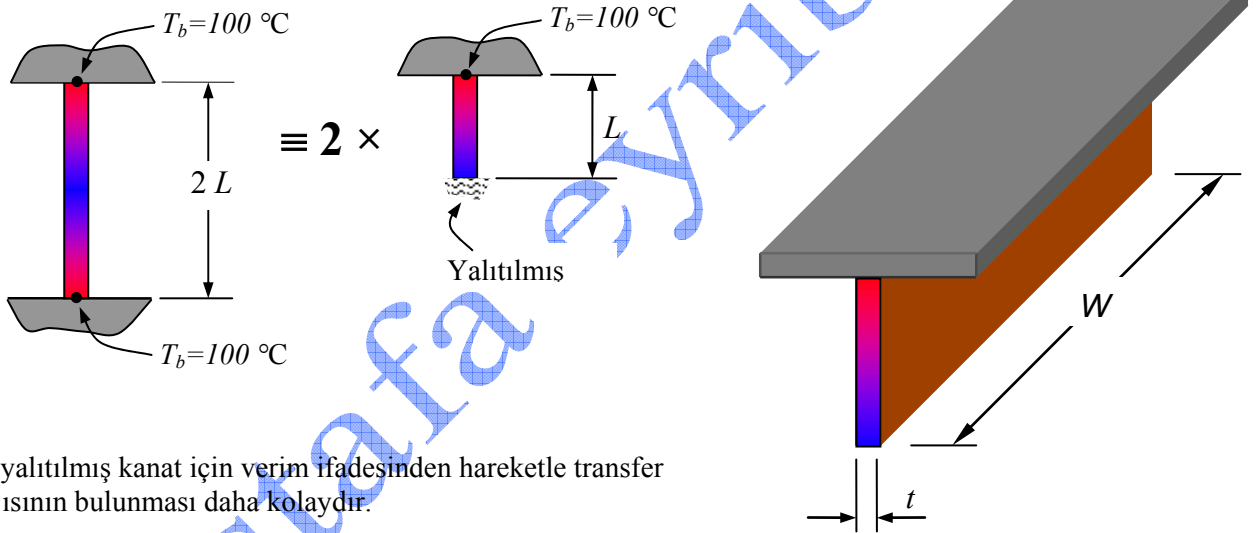
Ek bilgi: Görüldüğü gibi kazan taşı oluşumu hem ısı geçişini azaltmakta hem de kazan sacı sıcaklığının yükselmesine yol açmaktadır. Her iki durum da ısı transferi ve mukavemet açılarından arzu edilmeyen sonuçlardır.

- 2) Hava ısıtmak amacıyla Şekildeki benzer olarak, paralel iki levha arasında kanatlar yerleştirilerek, basit bir düzenek yapılmıştır. $2L = 20$ cm, $t = 3$ mm ve $W = 120$ cm'dir. Alt ve üst levhaların sıcaklığı $T_b = 100$ °C'dir. Yan yüzeyler hariç, sadece şekilde görülen 3 adet kanatçıktan havaya geçen ısı miktarı ne kadardır? Bunun için hava sıcaklığını $T_\infty = 35$ °C olarak alınız. Kanat yüzeyi ile hava arasında taşınım ile ısı geçiş katsayısı $h = 75$ W/m²·K alınabilir. Kanat malzemesi ısı iletim katsayısı $k = 56$ W/m·K'dir. (25 puan)



ÇÖZÜM:

Her bir kanat, iki adet ucu yalıtılmış kanat gibi düşünülebilir:



Ucu yalıtılmış kanat için verim ifadesinden hareketle transfer olan ısının bulunması daha kolaydır.

Ucu yalıtılmış bir kanattan transfer olan ısı: $q_f = \eta_f \times q_{\max}$

$$q_{\max} = h \times A_f \times (T_b - T_\infty)$$

Hava akışına dik yönde ön ve arka yüzeylerden transfer olan ısı ihmal edilirse, kanat yüzeyi olarak, $A_f = 2(WL) = 2(1.2 \times 0.1) = 2.4$ m²

$$q_{\max} = 75 \times 2.4 \times (100 - 35) = 1170 \text{ W}$$

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL)}{(mL)}, \quad m = \sqrt{\frac{hP}{kA_c}} = \sqrt{\frac{75 \left(\frac{2}{0.003} \right)}{56}} = \sqrt{892.587} = 29.88 \text{ m}^{-1}$$

$$\eta_f = \frac{\tanh(29.88 \times 0.1)}{(29.88 \times 0.1)} = \frac{\tanh(2.988)}{2.988} = 0.333$$

$$q_f = 0.333 \times 1170 = 389.61 \text{ W}$$

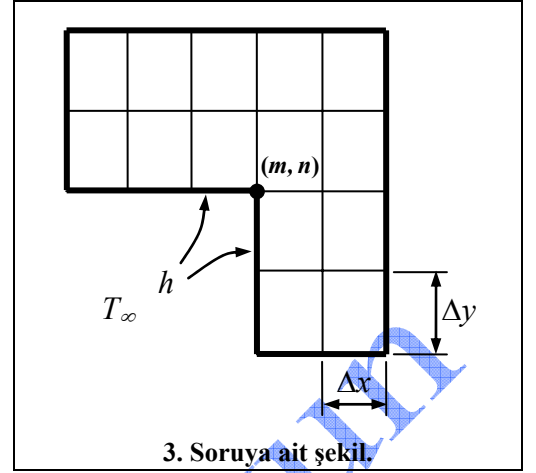
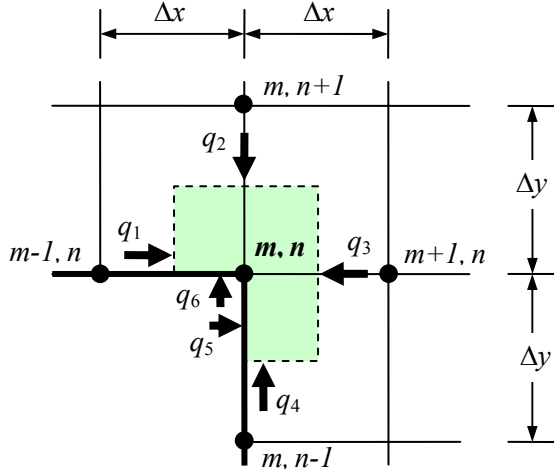
Sistemdeki 3 kanatta, 6 adet yarım (ucu yalıtılmış) kanat vardır. Dolayısıyla 3 kanattan havaya geçen ısı:

$$q_{ft} = 6 \times 389.61 = 2337.66 \text{ W}$$

$$q_{ft} \approx 2340 \text{ W}$$

- 3) Yandaki şekilde gösterilen (m,n) düğüm noktası için $\Delta x \neq \Delta y$ olduğu durum için sonlu fark eşitliğini çıkartınız. Bu noktada birleşen iki yüzeyde de aynı taşınım katsayısı geçerlidir ve ortam sıcaklığı T_∞ 'dur. (25 puan)

ÇÖZÜM:



(m, n) noktasının etrafında tanımlanmış alana enerji dengesi uygulanırsa:

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 = 0$$

$$q_1 = k \frac{\Delta y}{2} \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad q_2 = k \Delta x \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad q_3 = k \Delta y \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x}$$

$$q_4 = k \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} \quad q_5 = h \frac{\Delta y}{2} (T_\infty - T_{m,n}) \quad q_6 = h \frac{\Delta x}{2} (T_\infty - T_{m,n})$$

$$k \frac{\Delta y}{2} \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k \Delta x \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} + k \Delta y \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} + h \frac{\Delta y}{2} (T_\infty - T_{m,n}) + h \frac{\Delta x}{2} (T_\infty - T_{m,n}) = 0$$

Her terimi $2/k$ ile çarparsak:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} (T_{m-1,n} - T_{m,n}) + 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{m,n+1} - T_{m,n}) + 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} (T_{m+1,n} - T_{m,n}) + \frac{\Delta x}{\Delta y} (T_{m,n-1} - T_{m,n}) + \frac{h}{k} \Delta y (T_\infty - T_{m,n}) + \frac{h}{k} \Delta x (T_\infty - T_{m,n}) = 0$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} T_{m-1,n} - \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{m,n} + 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{m,n+1} - 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{m,n} + 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{m+1,n} - 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{m,n} + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{m,n-1} - \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{m,n}$$

$$+ \frac{h}{k} \Delta y T_\infty - \frac{h}{k} \Delta y T_{m,n} + \frac{h}{k} \Delta x T_\infty - \frac{h}{k} \Delta x T_{m,n} = 0$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} T_{m-1,n} + 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{m,n+1} + 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} T_{m+1,n} + \frac{\Delta x}{\Delta y} T_{m,n-1} + \frac{h}{k} \Delta y T_\infty + \frac{h}{k} \Delta x T_\infty - \left(\frac{h}{k} \Delta x + \frac{h}{k} \Delta y + \frac{\Delta y}{\Delta x} + 2 \frac{\Delta x}{\Delta y} + 2 \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y} \right) T_{m,n} = 0$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} (T_{m-1,n} + 2T_{m+1,n}) + \frac{\Delta x}{\Delta y} (2T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{hT_\infty}{k} (\Delta x + \Delta y) - \left((\Delta x + \Delta y) \frac{h}{k} + 3 \frac{\Delta x}{\Delta y} + 3 \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) T_{m,n} = 0$$

$$T_{m,n} = \frac{\frac{\Delta y}{\Delta x} (T_{m-1,n} + 2T_{m+1,n}) + \frac{\Delta x}{\Delta y} (2T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{hT_\infty}{k} (\Delta x + \Delta y)}{\left(\frac{h}{k} (\Delta x + \Delta y) + 3 \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) \right)}$$

- 4) Yüzeyi sertleştirilecek küresel rulman bilyaları, iç bölgeleri henüz ısınmadan yüzeyini hızla ısıtılarak ısıl işleme tabi tutulmalıdır. Bu tür bir ısıtma için bilyalar, $T_\infty=1050\text{ }^\circ\text{C}$ sıcaklıkta bir tuz banyosuna daldırılarak yapılır. Tuz banyosu karıştırılarak, bilya yüzeyindeki taşınım katsayısı $h=4000\text{ W/m}^2\text{K}$ kadar yüksek tutulur. Bilya içinde sıcaklığı $700\text{ }^\circ\text{C}$ 'yi geçen yerler sertleşeceğine göre bilya yüzeyinden 1.25 mm derinliğe kadar olan bölgenin sertleşmesi için ne kadar süre geçmelidir. Bilya çapı 12.5 mm , başlangıç sıcaklığı $25\text{ }^\circ\text{C}$ 'dir. Bilya malzemesi için değerler: $k=50\text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $c=500\text{ J/kg}\cdot\text{K}$, $\rho=7780\text{ kg/m}^3$ (25 puan)

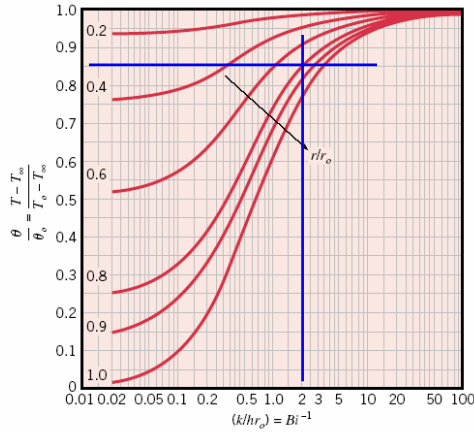
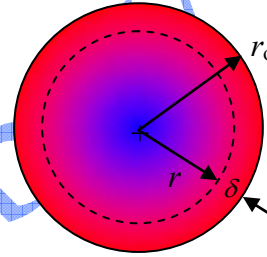
ÇÖZÜM:

Sıcaklık zamana bağlı olarak değişiyor. Önce cisim içinde sıcaklık basamağı olup olmadığına bakılır.

$r_o = D/2 = 12.5/2 = 6.25\text{ mm}$ $r_o = 6.25 \times 10^{-3}\text{ m}$
 Küre için Biot sayısı: $Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{hr_o}{3k} = \frac{4000 \times 6.25 \times 10^{-3}}{3 \times 50} = 0.1667 > 0.1$ sıcaklık basamağı var.

Heisler grafikleri kullanarak çözüm yapılabilir.

$r_o = 6.25\text{ mm}$, $\delta = 1.25\text{ mm}$, $r = 6.25 - 1.25 = 5\text{ mm}$



$\frac{r}{r_o} = \frac{5}{6.25} = 0.8$
 $Bi^{-1} = \frac{k}{hr_o} = \frac{50}{4000 \times 6.25 \times 10^{-3}} = 2$
 $\frac{T - T_\infty}{T_o - T_\infty} = 0.85$ (Şekil D.8, Sayfa 942, *Incropera ve DeWitt*)
 $T_o = \frac{T - T_\infty}{0.85} + T_\infty = \frac{700 - 1050}{0.85} + 1050$

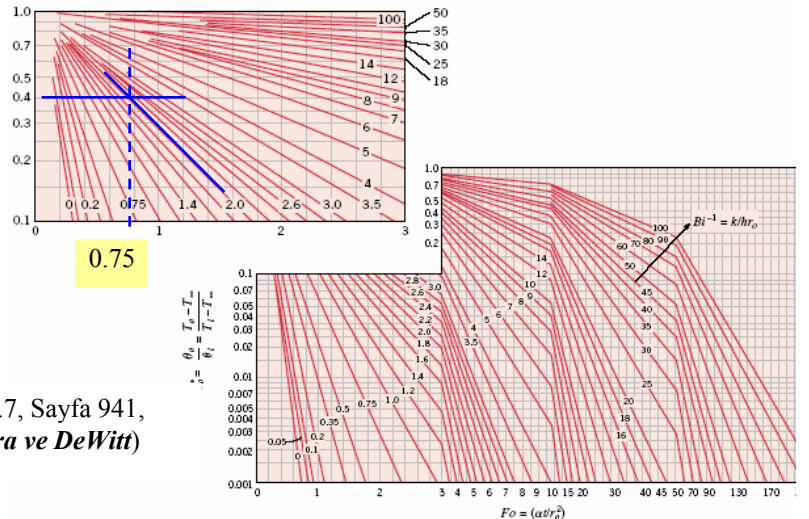
$T_o = 638.24\text{ }^\circ\text{C}$

$\frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{638.24 - 1050}{25 - 1050} = 0.40$
 $Bi^{-1} = \frac{k}{hr_o} = 2$
 $Fo = \frac{\alpha t}{r_o^2} = 0.75$ $t = \frac{0.75 r_o^2}{\alpha}$

$\alpha = \frac{k}{\rho c} = \frac{50}{7780 \times 500} = 1.2853 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$

$t = \frac{0.75 \times (6.25 \times 10^{-3})^2}{1.2853 \times 10^{-5}} = 2.279\text{ s}$

$t \cong 2.3\text{ s}$



(Şekil D.7, Sayfa 941, *Incropera ve DeWitt*)

4. Sorunun yaklaşık çözüm formülleri ile çözümü:

$$\theta^* = C_1 \exp(-\zeta_1^2 Fo) \frac{1}{\zeta_1 r^*} \sin(\zeta_1 r^*) \quad (\text{Denklem 5.50a, Sayfa: 245, Incropera ve DeWitt})$$

$$\theta^* = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{700 - 1050}{25 - 1050} = 0.34146$$

$$r^* = \frac{r}{r_o} = \frac{5}{6.25} = 0.8$$

$$Bi = \frac{hr_o}{k} = \frac{4000 \times 6.25 \times 10^{-3}}{50} = 0.5 \quad \left. \vphantom{Bi} \right\} \zeta_1 = 1.1656 \text{ rad} \quad C_1 = 1.1441$$

(Tablo 5.1, Sayfa: 242, Incropera ve DeWitt)

$$0.34146 = 1.1441 \exp(-1.1656^2 Fo) \frac{1}{1.1656 \times 0.8} \sin(1.1656 \times 0.8)$$

$$0.34146 = 1.1441 \exp(-1.1656^2 Fo) \frac{1}{0.93248} \sin(0.93248)$$

$$0.34146 = 1.1441 \exp(-1.1656^2 Fo) \frac{1}{0.93248} 0.8031$$

$$0.34146 = 0.98269 \exp(-1.35862 Fo)$$

$$0.34747 = e^{(-1.35862 \times Fo)}$$

$$-1.35862 \times Fo = \ln(0.34747)$$

$$-1.35862 \times Fo = -1.05708$$

$$Fo = \frac{-1.05708}{-1.35862} = 0.778$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{r_o^2} = 0.778$$

$$t = \frac{0.778 r_o^2}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} = \frac{50}{7780 \times 500} = 1.2853 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$t = \frac{0.778 \times (6.25 \times 10^{-3})^2}{1.2853 \times 10^{-5}} = 2.36 \text{ s}$$

$$t \cong 2.4 \text{ s}$$