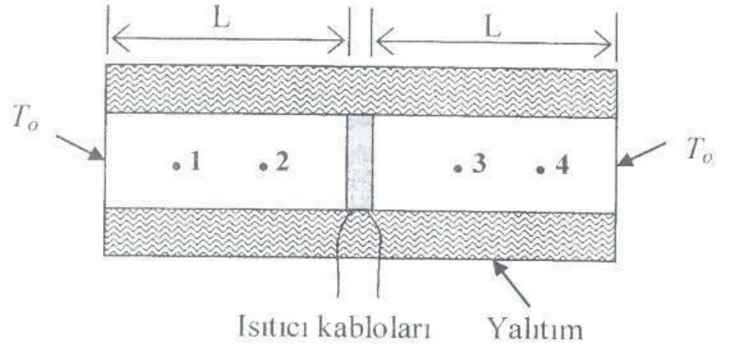
MAK 347 Isı Transferi - Arasınavı

SORULAR:

1) Şekli yanda verilen bir sistemle metallerin ısı iletim katsayısı ölçülecektir. Aynı malzemeden yapılmış 1 cm^2 kesitli iki metal parça arasına elektrikli ısıtıcı konmuş ve hepsinin etrafı mükemmel bir şekilde yalıtılmıştır. Sürekli rejim koşulları oluştuğunda 1, 2, 3 ve 4 noktalarından ölçülen sıcaklıklar sırasıyla 27, 45, 45, 27 °C'dir. T_o sıcaklığı ise 0 °C'de sabit tutulmaktadır. 1 ve 2 noktası arası 20 mm olup 3 ve 4 noktası arasındaki mesafe ile aynıdır. Elektrikli ısıtıcıya uygulanan doğru akımın gerilimi 12 volt, akım şiddeti ise 0.8 amperdir. Bu verilere göre,



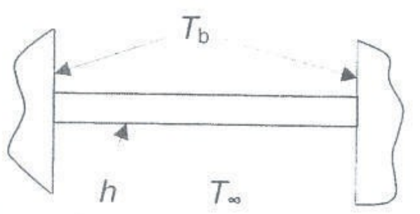
1. Soruya ait şekil.

   a) Malzemenin ısı iletim katsayısını hesaplayınız? (20 puan)
   b) Isıtıcı-malzeme ara-yüzeyinin 90 °C olması için L boyu ne kaç mm olmalıdır? (10 puan)

2) Kalınlığı L olan bir düzlem duvarda ısı iletim katsayısının $k = k_o + aT$ ifadesi uyarınca değişmesi halinde, duvar içindeki sıcaklık dağılımı için bir ifade çıkarınız. (k_o ve a pozitif birer sayıdır.) (10 puan)

3) İçinde 0.6 W/m^3'lük düzgün dağılımlı hacimsel ısı üretimi olan bir duvarın kalınlığı 0.12 m ve ısı iletim katsayısı 56 W/m·K'dir. Duvarın bir tarafında 85 °C sıcaklığında bir akışkan akmakta olup diğer tarafı ise yalıtılmıştır. Duvar ve akışkan arasındaki ısı taşınım katsayısı 300 W/m^2·K'dir. Duvardaki en yüksek sıcaklığı hesaplayınız. (30 puan)

4) Bir kenarı 6 mm olan kare kesitli 10 cm uzunlukta çelik bir çubuk ($k = 56$ W/m·K) karşılıklı iki duvar arasına tutturulmuştur. Temas direnci ihmal edilebilir düzeydedir. Her iki duvarın yüzey sıcaklığı T_b=120 °C, ortam sıcaklığı 25 °C ve ısı taşınım katsayısı 75 W/m^2·K olduğuna göre,
   a) Çubuktan ortama geçen ısı miktarını hesaplayınız, (20 puan)
   b) Çubuğun orta noktasındaki sıcaklığı hesaplayınız. (10 puan)

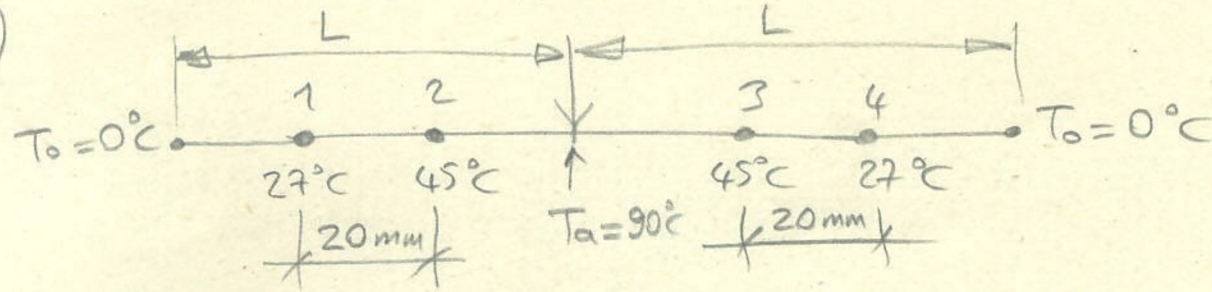


3. Soruya ait Şekil.

Başarılar diliyorum   Süre 90 dakika = 1.5 saat   Yrd. Doç. Dr. Mustafa Eyriboyun

$$P = V \cdot I = 12 \cdot 0{,}8 = 9{,}6\,[W]$$

1



a) $k = ?$

b) $T_a = 90\,°C$ olması için $L = ?$

a) $P = q = 9{,}6$ W'lık ısı iki koldan akmaktadır.

$$q_1 = 4{,}8\,W \xleftarrow{\;9{,}6\,W\;} \longrightarrow 4{,}8\,W = q_2$$

$$q = kA\,\frac{T_2 - T_1}{L_{1-2}} = kA\,\frac{T_3 - T_4}{L_{3-4}}$$

$$k = \frac{q \cdot L_{1-2}}{A\,(T_2 - T_1)} = \frac{4{,}8 \cdot 0{,}020}{1\times10^{-4}\,(45-27)} = 53{,}33\ W/m.K$$

$$\boxed{k = 53{,}33\ W/m.K}$$

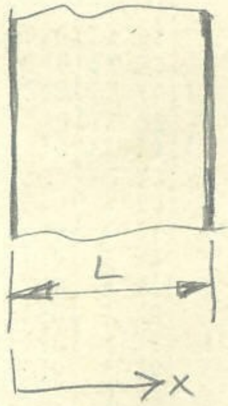
b) $$q_1 = kA\,\frac{T_a - T_0}{L} \Rightarrow L = \frac{kA}{q_1}(T_a - T_0)$$

$$L = \frac{53{,}33 \cdot 1\times10^{-4}}{4{,}8}(90-0) = 0{,}09999\ m$$

$$\boxed{L \cong 100\ mm}$$

(2)

(1. Yol)



$k = k_o + aT$ ise (k_o ve a SABİT)

$T = T(x)$

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = 0$$

$$\frac{d}{dx}\left[(k_o + aT)\frac{dT}{dx}\right] = 0$$

$$\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{k_o}{a} + T\right)\frac{dT}{dx}\right] = 0$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{k_o}{a}\frac{dT}{dx} + T\frac{dT}{dx}\right] = 0$$

$$\frac{k_o}{a}\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{dT}{dx}\cdot\frac{dT}{dx} + T\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

$$\boxed{\left(\frac{k_o}{a} + T\right)\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{dT}{dx}\right)^2 = 0}$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü duvar içindeki sıcaklık dağılımını verecektir.

2) Bir başka çözüm (2. Yol)

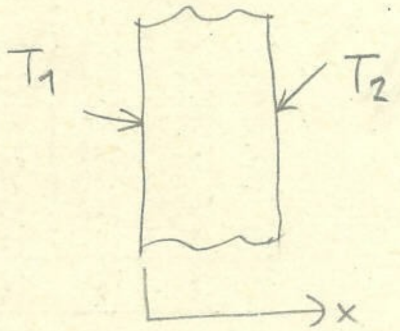
$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right)=0 \Rightarrow \frac{d}{dx}\left[(k_0+aT)\frac{dT}{dx}\right]=0$$

integre edilirse:

$$(k_0+aT)\frac{dT}{dx}=C_1 \xRightarrow[\text{ayırma}]{\text{Değişkenine}} (k_0+aT)dT=C_1dx$$

Tekrar integre edilirse:

$$\boxed{k_0T+\frac{aT^2}{2}=C_1x+C_2}$$



Sınır koşulları:

1) $x=0$'da $T=T_{s,1}$
2) $x=L$'de $T=T_{s,2}$

$$\boxed{k_0T_1+\frac{aT_1^2}{2}=C_2}$$

$$k_0T_2+\frac{aT_2^2}{2}=C_1L+\left(k_0T_1+\frac{aT_1^2}{2}\right)$$

$$C_1=\frac{1}{L}\left(k_0T_2+\frac{aT_2^2}{2}-k_0T_1-\frac{aT_1^2}{2}\right)$$

$$\boxed{C_1=\frac{k_0}{L}(T_2-T_1)+\frac{a}{2L}(T_2^2-T_1^2)}$$

$$\boxed{\frac{a}{2}T^2+k_0T=\left[\frac{a}{2L}(T_2^2-T_1^2)+\frac{k_0}{L}(T_2-T_1)\right]x+k_0T_1+\frac{a}{2}T_1^2}$$

* x'in herhangi bir değeri için $aT^2+bT+c=0$ gibi ikinci dereceden bir sıcaklık dağılımı bulunur. Pozitif kök o x mesafesindeki sıcaklığı verecektir.

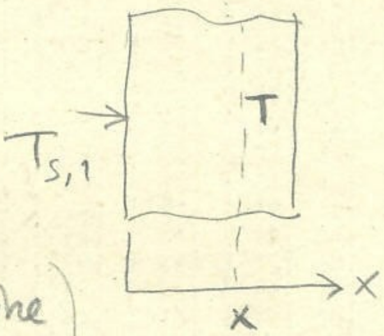
2) Bir başka yol (3. Yol)

$$q'' = -k\frac{dT}{dx}$$

$$q'' = -(k_o + aT)\frac{dT}{dx}$$

Duvardan geçen ısı sabit bir değerdir (sürekli rejim)

Değişkenlerine ayırma ile:



$$-(k_o + aT)\,dT = q''\,dx$$

İntegre edilirse:

($x=0$'dan herhangi bir x değerine
$T = T_{s,1}$'den " " T "
integre edilirse:)

$$-k_o T\Big|_{T_{s,1}}^{T} - \frac{a}{2}T^2\Big|_{T_{s,1}}^{T} = q''x\Big|_0^x$$

Sınırlar yer değiştirilirse:

$$k_o T\Big|_{T}^{T_{s,1}} + \frac{a}{2}T^2\Big|_{T}^{T_{s,1}} = q''\cdot x$$

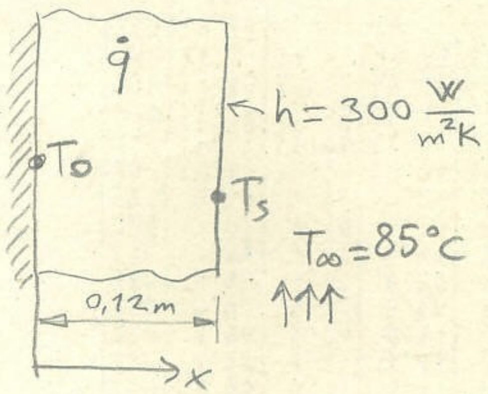
$$k_o(T_{s,1} - T) + \frac{a}{2}(T_{s,1}^2 - T^2) = q''x$$

$$\frac{a}{2}T^2 + k_oT = \frac{a}{2}T_{s,1}^2 + k_oT_{s,1} - q''x$$

$$\boxed{\frac{a}{2}T^2 + k_oT = -q''x + \frac{aT_{s,1}^2}{2} + k_oT_{s,1}}$$

* Son iki yolun sonuç formüllerinden q'' değeri ortaya çıkmaktadır $\left| q'' = \frac{a}{2L}(T_1^2 - T_2^2) + \frac{k_o}{L}(T_1 - T_2) \right|$

(3)



$\dot{q} = 0,6 \frac{W}{m^3}$

$k = 56 \frac{W}{m \cdot K}$

Duvardaki en yüksek sıcaklık soruluyor.

T_{max} yalıtılmış yüzeyde olur.

T_s yüzey sıcaklığının bilinmesi halinde $T_{max} = T_o$

$$T_o = \frac{\dot{q} L^2}{2k} + T_s$$ formülü ile bulunabilir.

T_s ise $q'' = h(T_s - T_\infty)$'den hareketle bulunabilir.

$$q'' = \dot{q} L = 0,6 \cdot 0,12 = 0,072 \frac{W}{m^2}$$

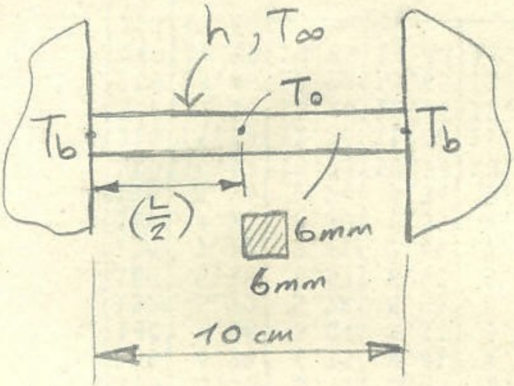
$$T_s = T_\infty + \frac{q''}{h}$$

$$T_s = 85 + \frac{0,072}{300} \Rightarrow T_s = 85,00024\,°C$$

$$T_o = \frac{0,6 \cdot (0,12)^2}{2 \cdot 56} + 85,00024 = 85,000317$$

$$\boxed{T_o = 85,0003\ °C}$$

4)



$T_b = 120\ °C$

$T_\infty = 25\ °C$

$h = 75\ W/m^2K$

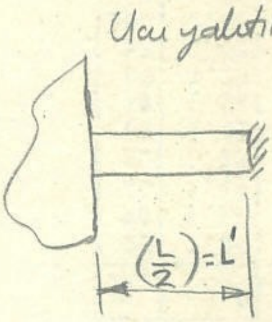
$k = 56\ W/m \cdot K$

$L = 10\ cm$

a) $q_f = ?$

b) $T_o = ?$

a) Ucu yalıtılmış:



Ucu yalıtılmış kanattan geçen ısı:

$$q_f = \sqrt{hPkA_c}\ \theta \tanh(mL)$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA_c}} = \sqrt{\frac{75 \cdot 4 \times 0{,}006}{56 \cdot 0{,}006^2}} = 29{,}88$$

$$m \cdot L = 29{,}88 \cdot 0{,}05 = 1{,}494$$

$$\tanh(mL) = \tanh(1{,}494) = 0{,}90406$$

$$q_f = \underbrace{\sqrt{75 \cdot 4 \times 0{,}006 \cdot 56 \cdot 0{,}006^2}}_{0{,}06024}\ (120-25) \cdot 0{,}90406$$

$q_f = 5{,}1737\ W$ (Kanadın yarısından geçen ısı)

$$q_{f,t} = 2\,q_f = 2 \cdot 5{,}1737 = 10{,}347 \qquad \boxed{q_{f,t} = 10{,}35\ W}$$

b) T_o, ucu yalıtılmış durumda uç sıcaklığına denktir. L' boyunda, ucu yalıtılmış kanadın uç sıcaklığı

$$\theta_L = \frac{\theta_b}{\cosh(mL)} = \frac{(120-25)}{\cosh(1{,}494)} = \frac{95}{2{,}3397} = 40{,}6\ °C$$

$$T_L - T_\infty = 40{,}6 \Rightarrow T_L = T_\infty + 40{,}6 = 65{,}6\ °C$$

$$\boxed{T_L = 65{,}6\ °C}$$